



Queste de savoir

Mosaïques spectrales

23 août 2020

Table des matières

Lors de la rédaction de mon tutoriel sur l'[arithmétique flottante](#) [↗](#), j'ai découvert sur le [site de Craig S. Kaplan](#) [↗](#) que de fabuleux motifs pouvaient résulter d'artefacts numériques. J'ai même choisi d'utiliser un de ces motifs comme miniature pour le tutoriel.

En fouillant un peu sur son site, on découvre aussi qu'on peut créer ce genre de motifs par [repliement de spectre](#) [↗](#) lors du rendu de certaines fonctions à deux paramètres, et j'ai voulu reproduire ce type de figures de mon côté. Le repliement de spectre est un phénomène lié à l'échantillonnage d'un signal en dessous d'une fréquence minimale donnée par le [théorème d'échantillonnage de Shannon](#) [↗](#).

J'ai jeté mon dévolu sur la même fonction que ma source, à savoir $(x, y) \mapsto \sin(x^2 + y^2)$. Quand on la trace en utilisant une échelle de couleur, on obtient le motif hypnotisant (et presque normal) ci-dessous.

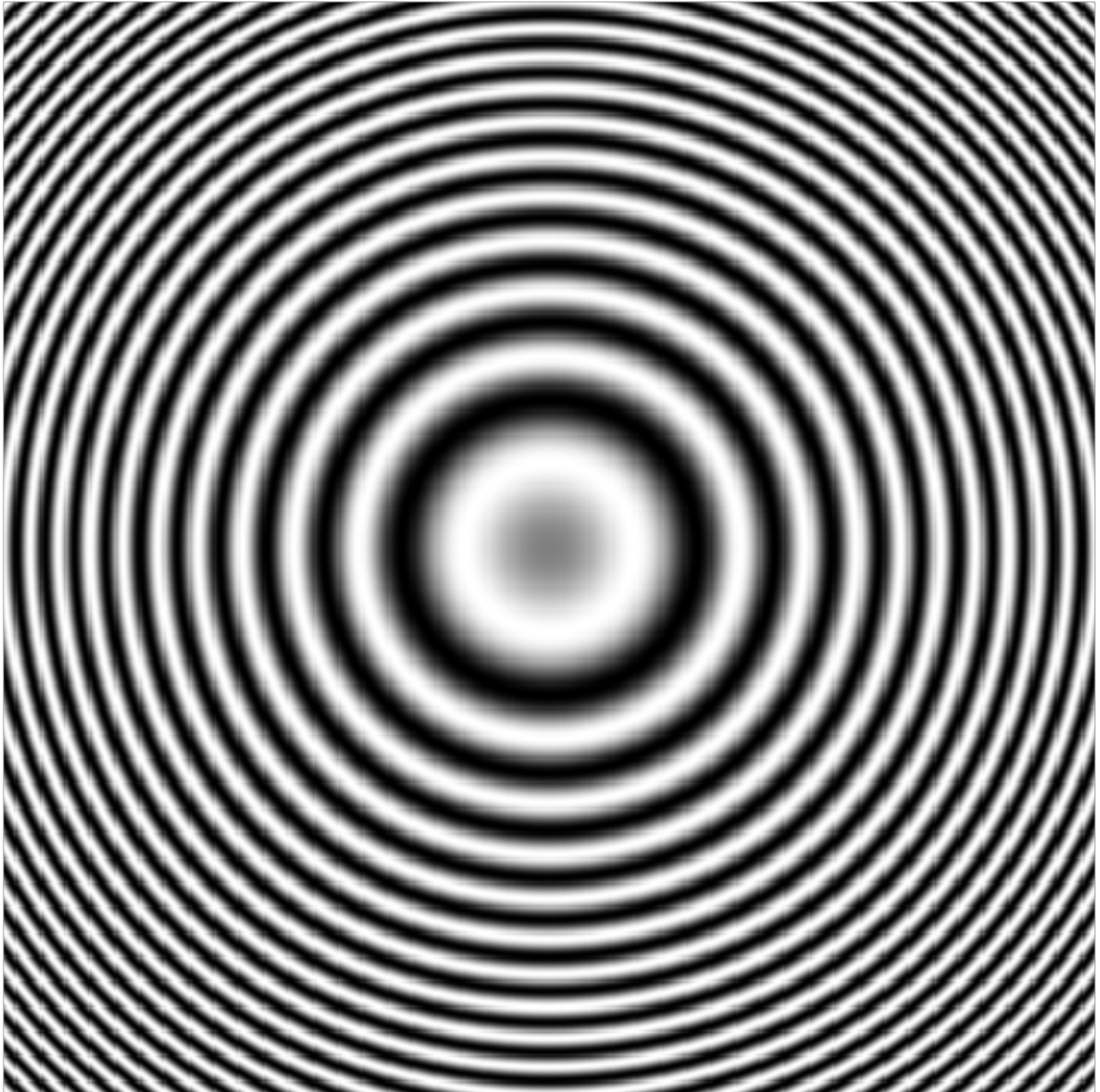


FIGURE 0.1. – Fonction $(x, y) \mapsto \sin(x^2 + y^2)$ sur $[-8; 8]^2$.

Cette fonction présente des ondelettes qui ondulent de plus en plus rapidement à mesure qu'on s'éloigne du centre. C'est une situation idéale, car on aura toujours un moment où l'échantillonnage sera trop peu fréquent pour représenter la fonction correctement, et on observera alors des phénomènes de repliement de spectre lors du rendu.

En effectuant un rendu de la fonction sur l'intervalle $[-20; 20]^2$ pour différents nombre d'échantillons régulièrement espacés sur l'intervalle, c'est-à-dire différentes fréquences d'échantillonnage, on obtient les figures ci-dessous. Toutes ces figures sont obtenues pour un sous-échantillonnage massif, de l'ordre de 100 fois moins que nécessaire.

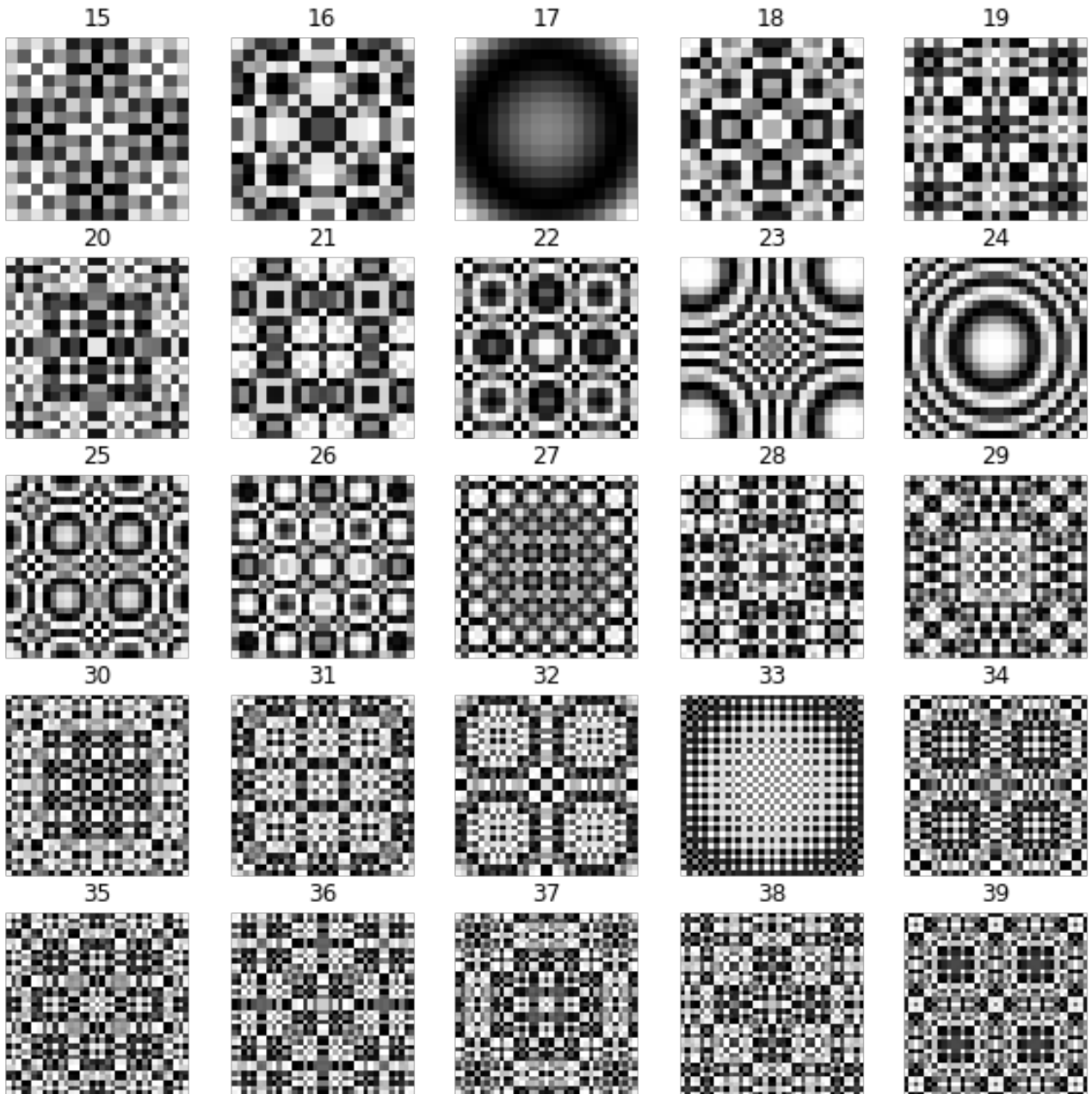


FIGURE 0.2. – Artefacts de repliement de spectre.

Regardez comme les motifs sont divers! Certains feraient de très belles mosaïques, dans lesquelles les archéologues du futur férus de traitement du signal ne manqueront pas de voir le signe d'une civilisation technologique. Présentement, il faudra surtout retenir que le repliement de spectre peut transformer un signal en *n'importe quoi*.